

Harjutused 2

1. Tõesta, et iga naturaalarvu $n \geq 2$ korral

$$\binom{n}{2} + \binom{n+1}{2} = n^2$$

2. Tõesta, et kui n jagub 4-ga, siis F_n jagub 3-ga.

3. Tõestada induktsiooniga, et $n(n+1)$ on iga n korral paaritu arv(!).

5. Kui palju on 300-st väiksemaid naturaalarve, mis jaguvad kas 3, 5 või 7-ga?
6. Kui mitmel erineval moel saab järjestada numbrid 123412 nii, et kaks ühesugust numbrit ei oleks kõrvuti?
7. Sajast inimesest oskab 70 inglise, 50 saksa ja 30 prantsuse keelt. Inglise ja saksa keelt oskab 34 inimest, saksa ja prantsuse keelt 25 inimest. Kas võib olla tõsi, et kõiki kolme keelt valdab 8 inimest? Kui palju on neid, kes oskavad inglise ja prantsuse keelt?

8. Sahtlis seisab 5 paari musti, 5 paari valgeid ja 5 paari punaseid ja 4 paari rohelisti sokke. Kui palju üksikuid sokke peame välja võtma, olemaks kindel, et saame vähemalt kaks üht värvi sokki? Kui palju üksikuid sokke peame välja võtma, olemaks kindel, et saame vähemalt kaht erinevat värvi sokke?
9. Valime 38 positiivset täisarvu, mis on kõik väiksemad kui 1000. Tõesta, et nende seas leidub vähemalt 2 sellist, mille erinevus on kõige rohkem 26.